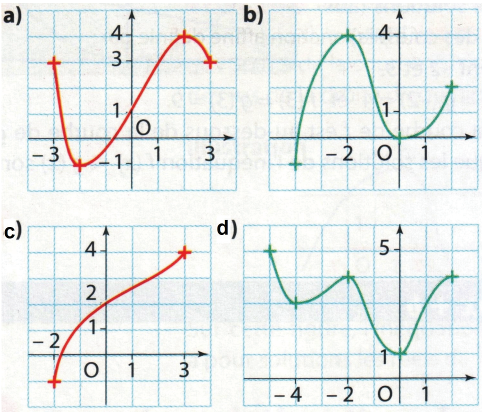
## 6. Énoncé des exercices

**Exercice 7.1** Dresser le tableau de variation de chacune des fonctions ci-dessous :



**Exercice 7.2** $f$ est la fonction définie sur l'intervalle [-6 ; 6] dont voici le tableau de variation.

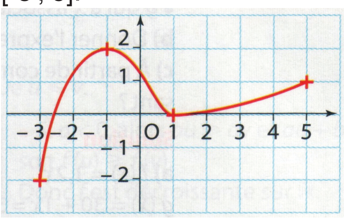
| $x$ | $-6$ | | $-4$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $4$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-2$ | ↗ | $2$ | ↘ | $1$ | ↗ | $4$ | ↘ | $1$ | ↗ | $2$ | ↘ | $-1$ |

a) Décrire le sens de variation de $f$ (par des phrases).
b) Comparer, lorsque cela est possible :

- $f(-3,9)$ et $f(-3)$
- $f(1)$ et $f(3,5)$

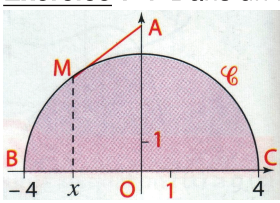
c) Tracer une courbe susceptible de représenter $f$ dans un repère

**Exercice 7.3** La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction $f$ définie sur l'intervalle [-3 ; 5].



Lire sur la courbe :
1) Le maximum de $f$ sur chacun des intervalles :
$[-3;5]$ ; $[-2;3]$ ; $[1;5]$
2) Le minimum de $f$ sur chacun des intervalles :
$[-3;5]$ ; $[-1;4]$ ; $[0;5]$

**Exercice 7.4** Dans un repère d'origine O, $\mathscr{C}$ est le demi-cercle ci-contre de centre O et de rayon 4.



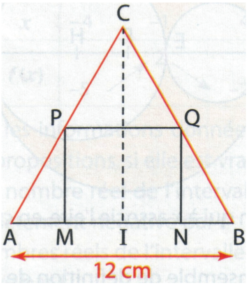
A est le point de coordonnées (0 ;5).
Pour tout réel $x$ de [-4 ;4], on pose $f(x) = AM$, où $M$ est le point d'abscisse $x$ de $\mathscr{C}$.
En observant la figure, donner le tableau de variation de $f$.

**Exercice 7.5** $f$ est la fonction définie sue $[-2;6]$ par :

$$f(x) = x^2 - 4x$$

a) Tracer la courbe de $f$ à l'écran d'une calculatrice.
b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$. Vérifier la validité des réponses par le calcul.
c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.

**Exercice 7.6** $ABC$ équilatéral, $I$ mil. $[AB]$, $M \in [AI]$, et $N \in [AB]$ distinct de $M$ tel que $AM = NB$. $Q \in [BC]$, $P \in [AC]$, t.q. $MNPQ$ rectangle.




Soient $x = AM$ et $f$ qui à $x$ associe l'aire (en $cm^2$) de $MNPQ$.
a) Quel est l'ensemble de définition de $f$ ?
b) Exprimer $MN$, puis $MP$ en fonction de $x$. En déduire l'expression algébrique de $f(x)$.
c) Calculer $f(3)$, puis vérifier que pour tout $x \in [0;6[$ :

$$f(x) - f(3) = -2\sqrt{3}(x-3)^2$$

d) En déduire que $f(3)$ est le maximum de $f$ sur $[0;6[$.
e) Quelles sont les dimensions du rectangle d'aire maximale ?

**Exercice 7.7** $f$ et $g$ sont deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$.
$f$ est croissante sur $\mathbb{R}$ et $g$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.
De plus, $f(1) = g(1)$.
a) Démontrer que pour tout $x \geqslant 1$, $f(x) \geqslant g(x)$.
b) Comparer $f(x)$ et $g(x)$ sur $]-\infty;1]$.

**Exercice 7.8** 1) "$f$ est une fonction croissante sur un intervalle $I$" signifie :
"Pour tous réels $u$ et $v$ de $I$, si $u \leq v$, alors $f(u) \leq f(v)$".
a) Écrire la définition d'une fonction non croissante sur $I$.
b) Une fonction non croissante sur $I$ est-elle une fonction décroissante sur $I$ ? Illustrer son propos avec un graphique.
2) $f$ est la fonction définie sur $[0;3]$ par $f(x) = x^2 - 2x + 4$. Pierre a écrit : "$f(0) = 4$ et $f(1) = 1 - 2 + 4 = 3$. $0 \leq 1$ et $f(0) \geqslant f(1)$ donc $f$ est décroissante sur $[0;3]$."
a) Expliquer pourquoi ce raisonnement est faux.
b) Faire une conclusion correcte à partir des calculs de Pierre, commençant par "$0 \leq 1$ et $f(0) \geqslant f(1)$ donc ..."

**Exercice 7.9** $f$ est la fonction définie sur $[-3;3]$ par :

$$f(x) = x^2 + 1$$

a) Calculer $f(-2)$ et $f(1)$. Pourquoi peut-on affirmer que $f$ n'est pas croissante sur $[-3;3]$ ?
b) Montrer que le minimum de la fonction est atteint pour $x_0 = 0$.
c) Montrer que le maximum de $f$ est $10$. Pour quelle(s) valeur(s) est-il atteint ?
d) Contrôler les résultats en programmant la fonction sur votre calculatrice.

**Exercice 7.10** Indiquer le sens de variation de chacune des fonctions affines ci-dessous.

| | |
|---|---|
| a) $f(x) = 7 - x$ | b) $f(x) = \frac{-2x+3}{5}$ |
| c) $f(x) = (\sqrt{2}-1)x$ | d) $f(x) = -\frac{1}{3}(2-x)$ |
| e) $f(x) = \sqrt{3}(x-1)$ | f) $f(x) = -\frac{x}{1-\sqrt{2}}$ |